Com maiores expoentes: $2^3 x 3^2 x 7$ = 8x9x7 = 504. Logo o Mínimo Múltiplo Comum entre 18,24 e 42 é 504.

Temos ainda que o produto do MDC e MMC é dado por: **MDC (A,B). MMC (A,B)= A.B**

PORCENTAGEM.

São chamadas de *razões centesimais* ou *taxas percentuais* ou simplesmente de *porcentagem*, as razões de denominador 100, ou seja, que representam a centésima parte de uma grandeza. Costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo **%.** (Lê-se: "por cento").

$$\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{100}} = \mathbf{x}\ \%$$

Exemplo: (Câmara Municipal de São José dos Campos/SP – Analista Técnico Legislativo – Designer Gráfico – VUNESP) O departamento de Contabilidade de uma empresa tem 20 funcionários, sendo que 15% deles são estagiários. O departamento de Recursos Humanos tem 10 funcionários, sendo 20% estagiários. Em relação ao total de funcionários desses dois departamentos, a fração de estagiários é igual a

(A) 1/5.
(B) 1/6.
(C) 2/5.
(D) 2/9.
(E) 3/5.

Resolução:

* <u>Dep. Contabilidade</u>: $\frac{15}{100}.20 = \frac{30}{10} = 3 \rightarrow$ 3 (estagiários)

* <u>Dep. R.H.</u>: $\frac{20}{100}.10 = \frac{200}{100} = 2 \rightarrow$ 2 (estagiários)

$$*\,Total = \frac{números\ estagiários}{números\ de\ funcionários} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

Resposta: B.

<u>**Lucro e Prejuízo em porcentagem**</u>

É a diferença entre o preço de venda e o preço de custo. Se a diferença for POSITIVA, temos o **LUCRO (L)**, caso seja NEGATIVA, temos **PREJUÍZO (P).**

Logo: Lucro (L) = Preço de Venda (V) – Preço de Custo (C).

Lucro sobre o valor de compra (Pc)

$$\mathbf{Pc = \frac{C - V}{C}}$$

Lucro sobre o valor de venda (Pv)

$$\mathbf{Pv = \frac{C - V}{V}}$$

Exemplo: (Câmara de São Paulo/SP – Técnico Administrativo – FCC) O preço de venda de um produto, descontado um imposto de 16% que incide sobre esse mesmo preço, supera o preço de compra em 40%, os quais constituem o lucro líquido do vendedor. Em quantos por cento, aproximadamente, o preço de venda é superior ao de compra?

(A) 67%.
(B) 61%.
(C) 65%.
(D) 63%.
(E) 69%.

Resolução:

Preço de venda: V
Preço de compra: C
V – 0,16V = 1,4C
0,84V = 1,4C

$$\frac{V}{C} = \frac{1,4}{0,84} = 1,67$$

O preço de venda é 67% superior ao preço de compra.
Resposta: A.

<u>**Aumento e Desconto em porcentagem**</u>

- Aumentar um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por $\mathbf{(1 + \frac{p}{100}).V}$.

Logo:

$$\mathbf{V_A = (1 + \frac{p}{100}).V}$$

- Diminuir um valor V em p%, equivale a multiplicá-lo por $\mathbf{(1 - \frac{p}{100})}$.V.

Logo:

$$\mathbf{V_D = (1 - \frac{p}{100}).V}$$

<u>Fator de multiplicação</u>

É o valor final de **(** $1+\frac{p}{100}$ **)** ou **(** $1-\frac{p}{100}$ **)**, é o que chamamos de **fator de multiplicação**, muito útil para resolução de cálculos de porcentagem. O mesmo pode ser um **acréscimo** ou **decréscimo** no valor do produto.

Acréscimo ou Lucro	➔	Fator de Multiplicação
1 %	➔	1,01
5 %	➔	1,05
10 %	➔	1,10
15 %	➔	1,15
37 %	➔	1,37
100 %	➔	2,00
185 %	➔	2,85

Prejuízo ou Desconto	➔	Fator de Multiplicação
1 %	➔	0,99
5 %	➔	0,95
10 %	➔	0,90
25 %	➔	0,75
37 %	➔	0,63
50 %	➔	0,50
80 %	➔	0,20

<u>Aumentos e Descontos sucessivos em porcentagem</u>

São valores que aumentam ou diminuem sucessivamente. Para efetuar os respectivos descontos ou aumentos, fazemos uso dos fatores de multiplicação. Basta multiplicarmos o Valor pelo fator de multiplicação (acréscimo e/ou decréscimo).

Exemplo: Certo produto industrial que custava R$ 5.000,00 sofreu um acréscimo de 30% e, em seguida, um desconto de 20%. Qual o preço desse produto após esse acréscimo e desconto?

Resolução:

V_A =5000 .(1,3) = 6500 e

V_D = 6500 .(0,80) = 5200, podemos, para agilizar os cálculos, juntar tudo em uma única equação:

5000 . 1,3 . 0,8 = 5200

Logo o preço do produto após o acréscimo e desconto é de R$ 5.200,00

RAZÃO E PROPORÇÃO.

É uma fração, sendo *a* e *b* dois números a sua razão, chama-se *razão de a para b*:**a/b** ou **a:b** , assim representados, sendo b ≠ 0. Temos que:

$$\frac{a}{b} \Rightarrow \frac{antecedente}{consequente}$$

Exemplo:

(SEPLAN/GO – Perito Criminal – FUNIVERSA) Em uma ação policial, foram apreendidos 1 traficante e 150 kg de um produto parecido com maconha. Na análise laboratorial, o perito constatou que o produto apreendido não era maconha pura, isto é, era uma mistura da *Cannabis sativa* com outras ervas. Interrogado, o traficante revelou que, na produção de 5 kg desse produto, ele usava apenas 2 kg da *Cannabis sativa*; o restante era composto por várias "outras ervas". Nesse caso, é correto afirmar que, para fabricar todo o produto apreendido, o traficante usou

(A) 50 kg de *Cannabis sativa* e 100 kg de outras ervas.
(B) 55 kg de *Cannabis sativa* e 95 kg de outras ervas.
(C) 60 kg de *Cannabis sativa* e 90 kg de outras ervas.
(D) 65 kg de *Cannabis sativa* e 85 kg de outras ervas.
(E) 70 kg de *Cannabis sativa* e 80 kg de outras ervas.

Resolução:

O enunciado fornece que a cada 5kg do produto temos que 2kg da *Cannabis sativa* e os demais *outras ervas*. Podemos escrever em forma de razão $\frac{2}{5}$, logo :

$$\frac{2}{5}.150 = 60kg\ de\ Cannabis\ sativa\ \ \therefore 150-60 = 90kg\ de\ outras\ ervas$$

Resposta: C.

<u>Razões Especiais</u>

São aquelas que recebem um nome especial. Vejamos algumas:

Velocidade: é razão entre a distância percorrida e o tempo gasto para percorrê-la.

$$V = \frac{Distância}{Tempo}$$

Densidade: é a razão entre a massa de um corpo e o seu volume ocupado por esse corpo.

$$d = \frac{Massa}{Volume}$$

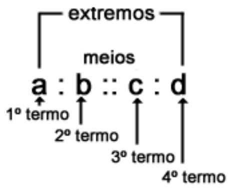
PROPORÇÃO

É uma igualdade entre duas frações ou duas razões.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ou } a : b :: c : d$$

Lemos: a esta para b, assim como c está para d.

Ainda temos:



<u>**Propriedades da Proporção**</u>

- Propriedade Fundamental: o produto dos meios é igual ao produto dos extremos:
a . d = b . c

- A soma/diferença dos dois primeiros termos está para o primeiro (ou para o segundo termo), assim como a soma/diferença dos dois últimos está para o terceiro (ou para o quarto termo).

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c} \quad ou \quad \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c} \quad ou \quad \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

- A soma/diferença dos antecedentes está para a soma/diferença dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b} \quad ou \quad \frac{a+c}{b+d} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a-c}{b-d} = \frac{a}{b} \; ou \; \frac{a-c}{b-d} = \frac{c}{d}$$

Exemplo:

(MP/SP – Auxiliar de Promotoria I – Administrativo – VUNESP) A medida do comprimento de um salão retangular está para a medida de sua largura assim como 4 está para 3. No piso desse salão, foram colocados somente ladrilhos quadrados inteiros, revestindo-o totalmente. Se cada fileira de ladrilhos, no sentido do comprimento do piso, recebeu 28 ladrilhos, então o número mínimo de ladrilhos necessários para revestir totalmente esse piso foi igual a

(A) 588.
(B) 350.
(C) 454.
(D) 476.
(E) 382.

Resolução:

$\frac{C}{L} = \frac{4}{3}$ que fica 4L = 3C

Fazendo C = 28 e substituindo na proporção, temos:

$$\frac{28}{L} = \frac{4}{3}$$

4L = 28 . 3
L = 84 / 4
L = 21 ladrilhos

Assim, o total de ladrilhos foi de 28. 21 = 588
Resposta: A.

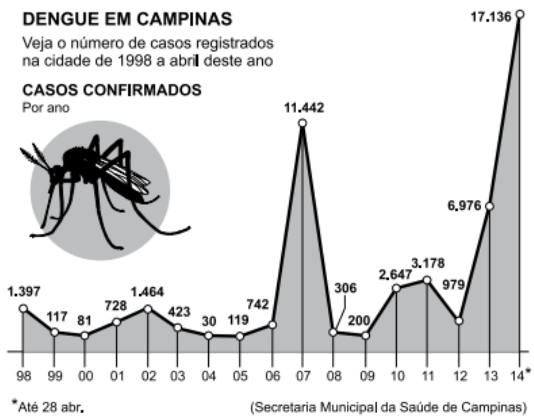
REGRA DE TRÊS SIMPLES OU COMPOSTA.

Os problemas que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos através de um processo prático, chamado **REGRA DE TRÊS SIMPLES**.

DICA:
- Duas grandezas são DIRETAMENTE PROPORCIONAIS quando ao aumentarmos/diminuirmos uma a outra também aumenta/diminui.
- Duas grandezas são INVERSAMENTE PROPORCIONAIS quando ao aumentarmos uma a outra diminui e vice-versa.

Exemplos:

01. (PM/SP – Oficial Administrativo – VUNESP) Em 3 de maio de 2014, o jornal Folha de S. Paulo publicou a seguinte informação sobre o número de casos de dengue na cidade de Campinas.



De acordo com essas informações, o número de casos registrados na cidade de Campinas, até 28 de abril de 2014, teve um aumento em relação ao número de casos registrados em 2007, aproximadamente, de

(A) 70%.
(B) 65%.
(C) 60%.
(D) 55%.
(E) 50%.

Resolução:

Utilizaremos uma regra de três simples:

ano %

11442------ 100

17136------- x

11442.x = 17136 . 100 x = 1713600 / 11442 = 149,8% (aproximado)

149,8% – 100% = 49,8%

Aproximando o valor, teremos 50%

Resposta: E.

02. (PRODAM/AM – Auxiliar de Motorista – FUNCAB) Numa transportadora, 15 caminhões de mesma capacidade transportam toda a carga de um galpão em quatro horas. Se três deles quebrassem, em quanto tempo os outros caminhões fariam o mesmo trabalho?

(A) 3 h 12 min
(B) 5 h
(C) 5 h 30 min
(D) 6 h
(E) 6 h 15 min

Resolução:

Vamos utilizar uma Regra de Três Simples Inversa, pois, quanto menos caminhões tivermos, mais horas demorará para transportar a carga:

Caminhões horas

15 ---------------- 4

(15 – 3) ------------- x

12.x = 4 . 15

x = 60 / 12

x = 5 h

Resposta: B.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

Chamamos de **REGRA DE TRÊS COMPOSTA**, problemas que envolvem mais de duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais.

Exemplos:

01. (CÂMARA DE SÃO PAULO/SP – TÉCNICO ADMINISTRATIVO – FCC) O trabalho de varrição de 6.000 m² de calçada é feita em um dia de trabalho por 18 varredores trabalhando 5 horas por dia. Mantendo-se as mesmas proporções, 15 varredores varrerão 7.500 m² de calçadas, em um dia, trabalhando por dia, o tempo de

(A) 8 horas e 15 minutos.
(B) 9 horas.
(C) 7 horas e 45 minutos.
(D) 7 horas e 30 minutos.
(E) 5 horas e 30 minutos.

Resolução:

Comparando- se cada grandeza com aquela onde esta o x.

M²↑ varredores↓ horas↑

6000--------------18--------------5

7500--------------15--------------- x

Quanto mais a área, mais horas (diretamente proporcionais)

Quanto menos trabalhadores, mais horas (inversamente proporcionais)

$$\frac{5}{x}=\frac{6000}{7500}\cdot\frac{15}{18}$$

$$6000\cdot 15\cdot x=5\cdot 7500\cdot 18$$
$$90000x=675000$$
$$x=7{,}5\ horas$$

Como 0,5 h equivale a 30 minutos, logo o tempo será de 7 horas e 30 minutos.

Resposta: D.

02. (PREF. CORBÉLIA/PR – CONTADOR – FAUEL) Uma equipe constituída por 20 operários, trabalhando 8 horas por dia durante 60 dias, realiza o calçamento de uma área igual a 4800 m². Se essa equipe fosse constituída por 15 operários, trabalhando 10 horas por dia, durante 80 dias, faria o calçamento de uma área igual a:

(A) 4500 m²
(B) 5000 m²
(C) 5200 m²
(D) 6000 m²
(E) 6200 m²

Resolução:

Operários↑horas↑ dias↑ área↑

20-----------------8-------------60-------4800

15----------------10------------80--------x

Todas as grandezas são diretamente proporcionais, logo:

$$\frac{4800}{x}=\frac{20}{15}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{60}{80}$$

$$20\cdot 8\cdot 60\cdot x=4800\cdot 15\cdot 10\cdot 80$$
$$9600x=57600000$$
$$x=6000m^2$$

Resposta: D.

EQUAÇÕES DO 1º OU DO 2º GRAUS.

Equação é toda sentença matemática aberta que exprime uma relação de igualdade e uma incógnita ou variável (x, y, z,...).

EQUAÇÃO DO 1º GRAU

As equações do primeiro grau são aquelas que podem ser representadas sob a forma **ax + b = 0**, em que **a** e **b** são constantes reais, com a diferente de 0, e x é a variável. A resolução desse tipo de equação é fundamentada nas propriedades da igualdade descritas a seguir.

Adicionando um mesmo número a ambos os membros de uma equação, ou subtraindo um mesmo número de ambos os membros, a igualdade se mantém.

Dividindo ou multiplicando ambos os membros de uma equação por um mesmo número não-nulo, a igualdade se mantém.

<u>**Membros de uma equação**</u>

Numa equação a expressão situada à esquerda da igualdade é chamada de 1º membro da equação, e a expressão situada à direita da igualdade, de 2º membro da equação.

$$\underbrace{-3x+12}_{1^{\circ}\text{ membro}}=\underbrace{2x-9}_{2^{\circ}\text{ membro}}$$

Resolução de uma equação

Colocamos no primeiro membro os termos que apresentam variável, e no segundo membro os termos que não apresentam variável. Os termos que mudam de membro têm os sinais trocados.

$5x - 8 = 12 + x$
$5x - x = 12 + 8$
$4x = 20$
$X = 20/4$
$X = 5$

Ao substituirmos o valor encontrado de x na equação obtemos o seguinte:

$5x - 8 = 12 + x$
$5.5 - 8 = 12 + 5$
$25 - 8 = 17$
$17 = 17$ (V)

Quando se passa de um membro para o outro se usa a operação inversa, ou seja, o que está multiplicando passa dividindo e o que está dividindo passa multiplicando. O que está adicionando passa subtraindo e o que está subtraindo passa adicionando.

Exemplo: (PRODAM/AM – Auxiliar de Motorista – FUNCAB) Um grupo formado por 16 motoristas organizou um churrasco para suas famílias. Na semana do evento, seis deles desistiram de participar. Para manter o churrasco, cada um dos motoristas restantes pagou R$ 57,00 a mais.

O valor total pago por eles, pelo churrasco, foi:

(A) R$ 570,00
(B) R$ 980,50
(C) R$ 1.350,00
(D) R$ 1.480,00
(E) R$ 1.520,00

Resolução:

Vamos chamar de (***x***) o valor para cada motorista. Assim:
$16 . x = \text{Total}$
$\text{Total} = 10 . (x + 57)$ (pois 6 desistiram)
Combinando as duas equações, temos:
$16.x = 10.x + 570$
$16.x - 10.x = 570$
$6.x = 570$
$x = 570 / 6$
$x = 95$
O valor total é: 16 . 95 = R$ 1520,00.
Resposta: E.

EQUAÇÃO DO 2º GRAU

As equações do segundo grau são aquelas que podem ser representadas sob a forma $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, em que **a, b** e **c** são constantes reais, com **a** diferente de 0, e x é a variável.

Equação completa e incompleta

1) Quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$, a equação do 2º grau se diz **completa**.

Ex.: $x^2 - 7x + 11 = 0 = 0$ é uma equação completa (a = 1, b = – 7, c = 11).

2) Quando $b = 0$ ou $c = 0$ ou $b = c = 0$, a equação do 2º grau se diz **incompleta**.

Exs.:
$x^2 - 81 = 0$ é uma equação incompleta (b=0).
$x^2 + 6x = 0$ é uma equação incompleta (c = 0).
$2x^2 = 0$ é uma equação incompleta (b = c = 0).

Resolução da equação

1º) A equação é da forma $\mathbf{ax^2 + bx = 0}$ **(incompleta)**

$x^2 - 16x = 0$ → colocamos x em evidência
$x . (x - 16) = 0,$
$x = 0$
$x - 16 = 0$
$x = 16$
Logo, S = {0, 16} e os números 0 e 16 são as raízes da equação.

2º) A equação é da forma $\mathbf{ax^2 + c = 0}$ **(incompleta)**

$x^2 - 49 = 0$ → Fatoramos o primeiro membro, que é uma diferença de dois quadrados.

$(x + 7) . (x - 7) = 0,$
$x + 7 = 0$ $x - 7 = 0$
$x = -7$ $x = 7$
ou
$x^2 - 49 = 0$
$x^2 = 49$
$x^2 = 49$
x = 7, (aplicando a segunda propriedade).
Logo, S = {–7, 7}.

3º) A equação é da forma $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ **(completa)**

Para resolvê-la usaremos a formula de Bháskara.

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad onde \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

Conforme o valor do discriminante Δ existem três possibilidades quanto á natureza da equação dada.

$$\begin{cases} \Delta > 0 \rightarrow & \textit{Existem duas raizes reais e desiguais} \\ \Delta = 0 \rightarrow & \textit{Existem duas raizes reais e iguais} \\ \Delta < 0 \rightarrow & \textit{Existem duas raizes complexas da forma } \alpha \pm \beta\sqrt{-1} \end{cases}$$

Quando ocorre a última possibilidade é costume dizer-se que não existem raízes reais, pois, de fato, elas não são reais já que não existe, no conjunto dos números reais, √a quando a < 0.

Relações entre raízes e coeficientes

Soma $\boxed{x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}}$

Produto $\boxed{x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}}$

$\boxed{X^2 - Sx + P = 0}$

Exemplo: (CÂMARA DE CANITAR/SP – RECEPCIONISTA – INDEC) Qual a equação do 2º grau cujas raízes são 1 e 3/2?

(A) $x^2-3x+4=0$
(B) $-3x^2-5x+1=0$
(C) $3x^2+5x+2=0$
(D) $2x^2-5x+3=0$

Resolução:

Como as raízes foram dadas, para saber qual a equação:

$x^2 - Sx + P = 0$, usando o método da soma e produto; S= duas raízes somadas resultam no valor numérico de *b*; e P= duas raízes multiplicadas resultam no valor de *c.*

$S = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} = b$

$P = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = c\ ; substituindo$

$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

Resposta: D.

SISTEMA DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU.

SISTEMA DO 1º GRAU

Um sistema de equação de 1º grau com duas incógnitas é formado por: duas equações de 1º grau com duas incógnitas diferentes em cada equação. Veja um exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

Resolução de sistemas

Existem dois métodos de resolução dos sistemas. Vejamos:

Método da substituição: consiste em escolher uma das duas equações, isolar uma das incógnitas e substituir na outra equação, veja como:

Dado o sistema $\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$, enumeramos as equações.

$$\begin{cases} x + y = 20 \quad 1 \\ 3x + 4y = 72 \quad 2 \end{cases}$$

Escolhemos a equação 1 (pelo valor da incógnita de x ser 1) e isolamos x. Teremos: x = 20 – y e substituímos na equação 2.

3 (20 – y) + 4y = 72, com isso teremos apenas 1 incógnita. Resolvendo:
60 – 3y + 4y = 72 → -3y + 4y = 72 -60 → y = 12

Para descobrir o valor de x basta substituir 12 na equação x = 20 – y. Logo:
x = 20 – y → x = 20 – 12 →x = 8
Portanto, a solução do sistema é S = (8, 12)

Método da adição

Esse método consiste em adicionar as duas equações de tal forma que a soma de uma das incógnitas seja zero. Para que isso aconteça será preciso que multipliquemos algumas vezes as duas equações ou apenas uma equação por números inteiros para que a soma de uma das incógnitas seja zero.

Dado o sistema $\begin{cases} x + y = 20 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$:

Para adicionarmos as duas equações e a soma de uma das incógnitas de zero, teremos que multiplicar a primeira equação por – 3.

$$\begin{cases} x + y = 20 \quad (-3) \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

Teremos:

$$\begin{cases} -3x - 3y = -60 \\ 3x + 4y = 72 \end{cases}$$

Adicionando as duas equações:

$$\begin{array}{rr} & -3x - 3y = -60 \\ + & \underline{3x + 4y = 72} \\ & y = 12 \end{array}$$

Para descobrirmos o valor de x basta escolher uma das duas equações e substituir o valor de y encontrado:
x + y = 20 → x + 12 = 20 → x = 20 – 12 → x = 8

Portanto, a solução desse sistema é: S = (8, 12).

Exemplos:

01. (SABESP – APRENDIZ – FCC) Em uma gincana entre as três equipes de uma escola (amarela, vermelha e branca), foram arrecadados 1 040 quilogramas de alimentos. A equipe amarela arrecadou 50 quilogramas a mais que a equipe vermelha e esta arrecadou 30 quilogramas a menos que a equipe branca. A quantidade de alimentos arrecadada pela equipe vencedora foi, em quilogramas, igual a

(A) 310
(B) 320
(C) 330
(D) 350
(E) 370

Resolução:
Amarela: x
Vermelha: y
Branca: z
x = y + 50
y = z - 30
z = y + 30

$$\begin{cases} x + y + z = 1040 \\ x = y + 50 \\ z = y + 30 \end{cases}$$

Substituindo a II e a III equação na I:
y+50+y+y+30=1040
3y=1040-80
y = 320