



FÍSICA





INTRODUÇÃO À FÍSICA

1 INTRODUÇÃO À FÍSICA

A Física (a palavra "física", do grego *physis*, significa natureza) é a ciência que se preocupa em descrever e explicar os fenômenos naturais. Para isso, cria modelos idealizados das situações reais, em que apenas os fatores que interessam são considerados. A partir de conclusões sobre o comportamento de um modelo, generaliza o resultado de forma a explicar a situação real, e é capaz de prever circunstâncias futuras para o mesmo fenômeno.

1.1 Sistemas de unidades

Para medir uma grandeza, devemos compará-la com um padrão arbitrariamente escolhido, o qual denominamos unidade. O número resultante dessa comparação é chamado de valor numérico.

Podemos escrever 12 Newtons ou, usando o símbolo N, 12 N. Nesse caso, 12 é o valor numérico da força, e Newton é a unidade.

1.1.1 Sistema Internacional de unidades (SI)

Sete unidades básicas

Unidade	Símbolo	Grandeza
metro	m	comprimento
quilograma	kg	massa
segundo	s	tempo
ampère	A	corrente elétrica
kelvin	K	temperatura termodinâmica
mol	mol	quantidade metéria
candela	cd	intensidade luminosa

Algumas unidades derivadas

Unidade	Símbolo	Grandeza
metro por segundo	m/s	velocidade
newton	N	força
joule	J	trabalho
ohm	Ω	resistência elétrica
lúmen	lm	fluxo luminoso
pascal	Pa	pressão

Múltiplos e submúltiplos decimais das unidades

Nome	Símbolo	Fator
exa	E	$10^{18} = 1.000.000.000.000.000.000$
peta	P	$10^{15} = 1.000.000.000.000.000$
tera	T	$10_{12} = 1.000.000.000.000$
giga	G	$10^9 = 1.000.000.000$
mega	M	$10^6 = 1.000.000$
quilo	k	$10^3 = 1.000$ (letra k minúscula)

hecto	h	$10^2 = 100$
deca	da	10
deci	d	$10^{-1} = 0,1$
centi	c	$10^{-2} = 0,01$
mili	m	$10^{-3} = 0,001$
micro	μ	$10^{-6} = 0,000,001$
nano	n	$10^{-9} = 0,000,000,001$
pico	p	$10^{-12} = 0,000,000,000,001$
femto	f	$10^{-15} = 0,000,000,000,000,001$
atto	a	$10^{-18} = 0,000,000,000,000,000,001$

1.2 Grandezas escalares e vetoriais

- ▷ **Escalares:** ficam totalmente definidas por um número, que fornece a medida, e por uma unidade.
 - | Massa, tempo e energia.
- ▷ **Vetoriais:** necessitam, além de medida e unidade, de uma orientação para ficarem totalmente definidas. A orientação é estabelecida por uma direção e um sentido.
 - | Velocidade, força e campo elétrico.

1.3 Notação científica

Uma maneira prática de manipular números com grande quantidade de zeros é a notação científica, na qual se utiliza a potência de 10.

Qualquer número real K pode ser escrito como o produto de um número a, cujo módulo está entre 1 e 10 (incluindo o 1), por outro, que é uma potência de 10 com expoente inteiro (10^n):

$$K = a \cdot 10^n, \text{ sendo } 1 \leq |a| < 10$$

Colocar 2.000 na notação científica é escrevê-lo como $2 \cdot 10^3$

Colocar 0,0052 na notação científica é escrevê-lo como $5,2 \cdot 10^{-3}$

1.4 Ordem de grandeza

Determinar a ordem de grandeza de uma medida consiste em fornecer, como resultado, a potência de 10 mais próxima do valor encontrado para a grandeza.

Como obter a ordem de grandeza (OG)?

Regra prática:

$a \geq \sqrt{10} (\approx 3,162) \rightarrow$ ordem de grandeza: 10^{n+1}

$a < \sqrt{10} (\approx 3,162) \rightarrow$ ordem de grandeza: 10^n

A ordem de grandeza do raio da Terra ($6,37 \cdot 10^6$ m).

$6,37 > \sqrt{10}$, a ordem de grandeza do raio da Terra é dada por: $10^{6+1} \text{m} = 10^7$

A ordem de grandeza da distância da Terra ao Sol ($1,49 \cdot 10^{11}$ m)

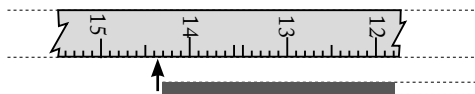
$1,49 < \sqrt{10}$, a ordem de grandeza da distância da Terra ao Sol é dada por: 10^{11} m

1.5 Algarismos significativos

Imagine que você esteja realizando uma medida qualquer, por exemplo a medida do comprimento de uma barra (ver figura). Observe que a menor divisão da régua utilizada é de 1 mm. Ao tentar expressar o resultado dessa medida, você percebe que ela está compreendida entre

14,3 cm e 14,4 cm. A fração de milímetro que deverá ser acrescentada a 14,3 cm terá de ser avaliada, pois a régua não apresenta divisões inferiores a 1 mm.

Para fazer essa avaliação, você deverá imaginar o intervalo entre 14,3 cm e 14,4 cm, subdividido em 10 partes iguais, e com isso, a fração de milímetros, que deverá ser acrescentada a 14,3 cm, poderá ser obtida com razoável aproximação. Na figura podemos estimar a fração mencionada como sendo 5 décimos de milímetro, e o resultado da medida poderá ser expresso como 14,35 cm.



Observe que estamos seguros em relação aos algarismos 1, 4 e 3, pois eles foram obtidos por meio das divisões inteiras da régua, ou seja, eles são algarismos corretos. Entretanto, o algarismo 5 foi avaliado, isto é, você não tem muita certeza sobre seu valor e outra pessoa poderia avaliá-lo como sendo 4 ou 6, por exemplo. Por isso, esse algarismo avaliado é denominado de duvidoso ou algarismo incorreto.

Algarismos significativos de uma medida são os algarismos corretos e o primeiro algarismo duvidoso.

1.5.1 Operações com algarismos significativos

Na adição e na subtração, o resultado deve conter um número de casas decimais igual ao da parcela com menos casas decimais.

$3,32 + 3,1 = 6,42 \rightarrow$ apresentamos o resultado com apenas uma casa decimal: 6,4.

$3,37 + 3,1 = 6,47 \rightarrow$ apresentamos o resultado com uma casa decimal e, levando em conta a regra do arredondamento, obtemos: 6,5.

Na multiplicação ou na divisão, devemos apresentar o resultado com o número de algarismos significativos igual ao do fator que possui o menor número de algarismos significativos.

$2,31 \cdot 1,4 = 3,234 \rightarrow$ apresentamos o resultado com dois algarismos significativos: 3,2.

Como se faz o arredondamento?

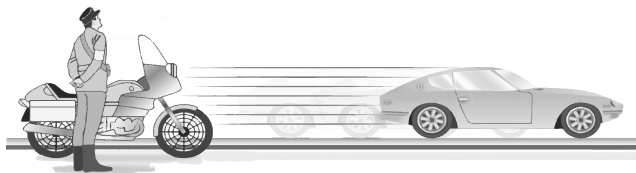
Sendo o primeiro algarismo abandonado menor que 5, mantemos o valor do último algarismo significativo; caso o primeiro algarismo a ser abandonado seja maior ou igual a 5, acrescentamos uma unidade ao último algarismo significativo.

2 CINEMÁTICA

2.1 Bases da cinemática escalar

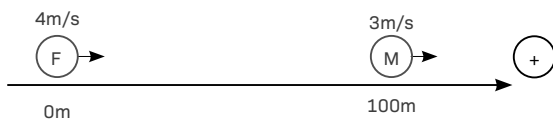
2.1.1 Movimento e repouso

Ao iniciarmos o estudo de Mecânica, devemos ter em mente que precisamos ter um referencial para dizer se o corpo está em movimento ou em repouso.



Nota-se que o motorista do automóvel está em movimento em relação ao policial e, simultaneamente, em repouso em relação ao automóvel.

- Como isso pode cair em sua prova, envolvendo cálculos?
Em relação a M, qual a velocidade de F?



Para "parar" M devemos subtrair 3 m/s.

$$V_{M/M} = 3 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s} = 0 \text{ m/s}$$

Como subtraímos 3 m/s no M, subtraímos 3 m/s no F; isso está dizendo que estamos passando o referencial, que antes era a Terra e agora é o M. É uma forma rápida e prática de mudar o referencial.

$$V_{F/M} = 4 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$$

Qual é o significado desse resultado?

O carro F se aproxima com 1 m/s do carro M.

Mas em relação à Terra, a velocidade de F é 4 m/s e de M é 3 m/s.

Conclusão: para estar em movimento ou em repouso, depende do referencial!

Dois carros de corrida, A e B, estão em um trecho retilíneo de uma pista, andando juntos, lado a lado, durante uma prova.

I) É correto afirmar que ambos os carros estão em movimento?

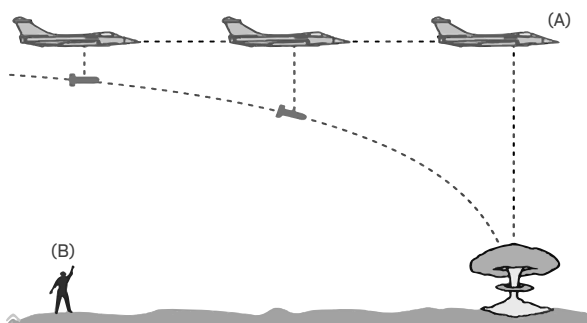
Ao dizer que os dois carros estão em movimento ou em repouso sem falar "em relação a algo", a questão se torna errada. Não existe movimento absoluto ou repouso absoluto. Como poderia reescrever? Ambos os carros estão em movimento em relação à Terra.

II) Os pilotos dos carros A e B estão em repouso um em relação ao outro?

Estão com as mesmas velocidades em relação ao outro. A velocidade relativa entre eles é zero.

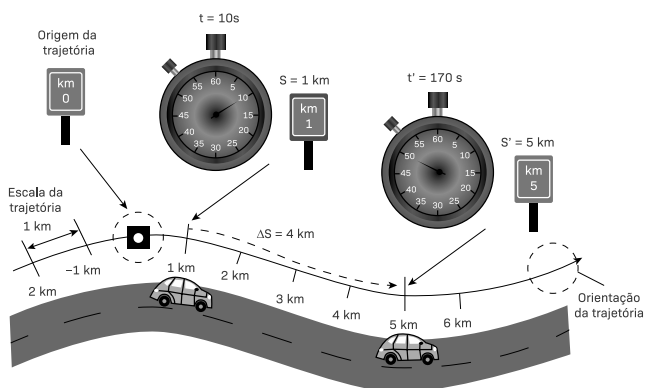
2.1.2 Trajetória

A linha determinada pelas diversas posições que o corpo ocupa no decorrer do tempo é chamada de trajetória.



Desprezando a resistência do ar (atrito do ar), no referencial (A) do piloto, a bomba descreve uma trajetória retilínea; porém, no referencial (B) do observador no solo, a bomba descreve uma trajetória curvilínea.

2.1.3 Conceitos básicos



Percebe-se nessa figura que aparecem grandezas fundamentais para o estudo da Cinemática, como: tempo e espaço. Mas não podemos esquecer a trajetória, que é a linha por onde o móvel (ponto material, corpo extenso) se movimenta.

- ▶ **Espaço (S):** é uma grandeza física que indica a posição em que o corpo se encontra em determinado instante (t). No Sistema Internacional de Unidades (SI), $[S] = \text{m}$.
- ▶ **Intervalo de tempo ($\Delta t = t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}$):** é definido como a diferença entre dois instantes. No SI, $[\Delta t] = \text{s}$.
- ▶ **Unidades de tempo:**
Minuto (min): 1 min = 60 s;
Hora (h): 1 h = 60 min = 3.600 s;
Dia: 1 dia = 24 h = 86.400 s.
- ▶ **Deslocamento escalar ($\Delta s = s_{\text{final}} - s_{\text{inicial}}$):** é definido como a diferença entre dois espaços. No SI, $[\Delta s] = \text{m}$.
- ▶ **Distância efetivamente percorrida ($d = |\Delta s_1| + |\Delta s_2| + \dots + |\Delta s_n|$):** é definida como a soma algébrica de todos os deslocamentos escalares efetuados, não considerando deslocamentos escalares negativos. No SI, $[d] = \text{m}$.

Observação: o deslocamento escalar é zero quando o corpo avança e, em seguida, recua, voltando ao ponto de partida, seguindo a mesma trajetória.

Uma esfera é atirada verticalmente para cima: ela sobe 1,0 m, para, desce 1,0 m e retorna ao ponto de partida. A distância total percorrida foi de 2,0 m, porém o deslocamento foi 0 (zero).

Se o móvel voltar ao ponto de partida, através de uma trajetória fechada, sem inverter o sentido de seu movimento, então Δs não será nulo, e sim igual ao perímetro. Se, por exemplo, a trajetória fechada for uma circunferência, percorrida sempre no mesmo sentido, ao completar uma volta, teremos $\Delta s = 2 \cdot \pi \cdot R$.

► **Unidades de comprimento:**

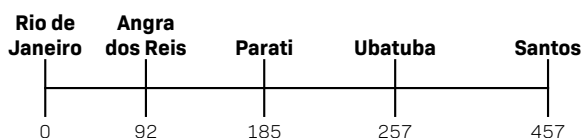
Quilômetro (km): 1 km = 1.000 m = 10^3 m.

Centímetro (cm): 1 cm = 0,01 m = 10^{-2} m.

Milímetro (mm): 1 mm = 0,001 m = 10^{-3} m.

| Exemplo:

O esquema a seguir representa algumas saídas da rodovia BR-101, também conhecida nesse trecho como rodovia Rio – Santos. As distâncias, em quilômetros, estão medidas em relação à cidade do Rio de Janeiro.



Adotando a origem dos espaços na cidade do Rio de Janeiro e orientando a trajetória no sentido de Santos, caso um carro saia de Angra dos Reis, vá até Santos e volte para Parati, vamos calcular seu deslocamento escalar e sua distância total percorrida.

A definição de deslocamento escalar é:

$$\Delta s = s_{\text{Parati}} - s_{0\text{Angra}} = 185 - 92 = 93 \text{ km}$$

Como o deslocamento escalar ficou positivo, o corpo anda mais a favor do que contra a orientação da trajetória. Se o deslocamento escalar fosse negativo, o corpo andaria mais contra do que a favor da orientação da trajetória.

Já a distância total percorrida (distância efetivamente percorrida) é:

$$\Delta s_{(\text{Angra-Santos})} = 457 - 92 = 365 \text{ km}$$

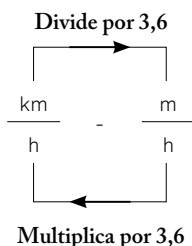
$$\Delta s_{(\text{Santos-Parati})} = 185 - 457 = -272 \text{ km}$$

$$d = |\Delta s_{(\text{Angra-Santos})}| + |\Delta s_{(\text{Santos-Parati})}| = 365 + 272 = 637 \text{ km}$$

2.1.4 Velocidade escalar média (v_m)

Para qualquer movimento, a velocidade escalar média é definida como:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}; [v_m] = \frac{m}{s} \text{ (SI)}$$



► **Velocidades notáveis (as mais cobradas):**

108 km/h → 30 m/s

90 km/h → 25 m/s

72 km/h → 20 m/s

54 km/h → 15 m/s

18 km/h → 5 m/s

► **Observações sobre $\frac{\Delta s}{\Delta t}$:**

▪ A expressão $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ pode ser empregada para qualquer tipo de movimento.

▪ Se a velocidade é constante, o quociente $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ é também constante e denominado velocidade escalar do movimento.

▪ Se a velocidade não é constante, o quociente $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ é denominado velocidade escalar média no intervalo de tempo Δt .

Em um intervalo de tempo muito pequeno, a velocidade média é praticamente igual à velocidade em qualquer instante do intervalo (velocidade instantânea). Um exemplo disso é o controle da velocidade nas estradas. Os radares dos policiais rodoviários medem a velocidade instantânea (velocidade medida naquele instante de tempo). É comum o estudante confundir com velocidade média, cuidado!



| Exemplos:

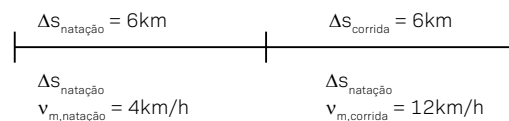
Numa competição, Felipe nadou 6,0 km e, em seguida, correu outros 6,0 km. Na etapa de natação, conseguiu uma velocidade escalar média de 4,0 km/h. Na corrida, sua velocidade escalar média foi de 12,0 km/h.

I) Calcule o tempo gasto por Felipe para nadar os 6 km.

Pela definição, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow 4 = \frac{6}{t} \therefore t = 1,5 \text{ h}$$

II) Calcule a velocidade escalar média de Felipe no percurso total da prova.



Pela definição, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta s_{\text{natação}} + \Delta s_{\text{corrida}}}{\Delta t_{\text{natação}} + \Delta t_{\text{corrida}}} = \frac{6 + 6}{\frac{6}{4} + \frac{6}{12}} = \frac{12}{\frac{18}{12} + \frac{6}{12}} = \frac{12}{\frac{24}{12}} = \frac{12}{2} = 6 \text{ km/h}$$

Observação: em regra, a velocidade escalar média não é a média aritmética das velocidades em um percurso total no Movimento Retilíneo Uniforme (MRU). Existe apenas um caso em que isso acontece, quando todas as velocidades em um percurso total são iguais.



CINEMÁTICA

Uma estrada de 500 km de extensão nos leva de uma cidade A para outra cidade B. Uma família saiu de carro da cidade A exatamente às 10 h da manhã. Pelo caminho, pararam duas vezes: 15 minutos para abastecer e depois 45 minutos para um lanchinho. Finalmente, às 18 h, chegaram à cidade B.

Determine a velocidade escalar média.

O tempo de parada já está incluído entre $\Delta t = 18 \text{ h} - 10 \text{ h} = 8 \text{ h}$, portanto não é necessário somar mais o tempo de parada.

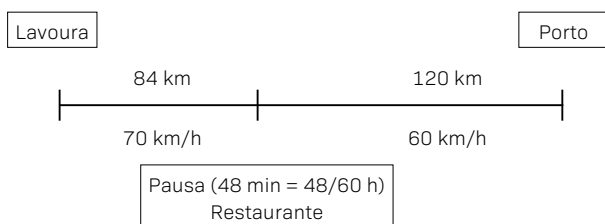
Pela definição, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{500 \text{ km}}{8 \text{ h}} = 62,5 \text{ km/h}$$

Da lavoura a um restaurante de estrada, um caminhão percorre 84 km com velocidade média de 70 km/h. Após uma pausa de 48 minutos para o lanche do motorista, a viagem é retomada, sendo percorridos 120 km/h com velocidade média de 60 km/h, até a chegada ao porto.

Qual a velocidade média de toda a viagem, em km/h?

Pela leitura atenta do enunciado, fazemos esse croqui:



Neste caso, nós contamos o tempo de parada.

Pela definição, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{84 + 120}{\frac{84}{70} + \frac{48}{60} + \frac{120}{60}} = 51 \text{ km/h}$$

2.1.5 Aceleração escalar média (a_m)

A aceleração é uma taxa que mede a variação da velocidade pelo tempo.

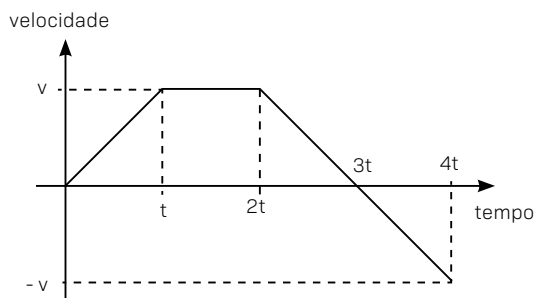
Quando afirmamos que o carro aumenta 30 km/h a cada segundo, nada mais é do que a aceleração. E quando diminui 5 m/s a cada segundo, nada mais é do que aceleração.

A definição de aceleração escalar média é:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}; [a_m] = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (\text{SI})$$

Exemplo:

O gráfico a seguir apresenta a velocidade de um objeto em função do tempo.

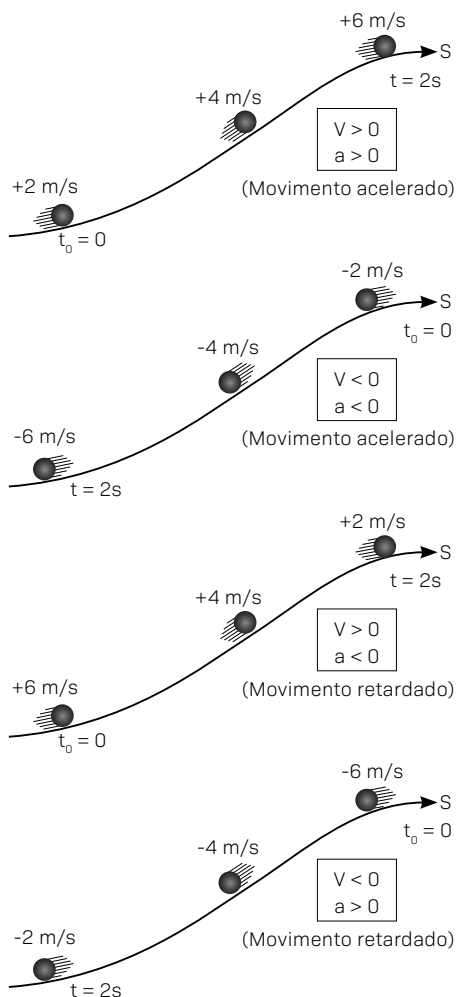


Calcule a aceleração média do objeto no intervalo de tempo de 0 a 4 t.

Pela definição de aceleração escalar média, temos:

$$a_m = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{-v - 0}{4 \cdot t - 0} \therefore a_m = -\frac{v}{4 \cdot t}$$

2.1.6 Movimento acelerado e movimento retardado



Observação: não olhe apenas para a aceleração para dizer se é um movimento acelerado ou retardado; deve-se olhar sempre para as duas grandezas em conjunto.

- Quando velocidade e aceleração têm sinais iguais, o movimento é acelerado.
- Quando velocidade e aceleração têm sinais opostos, o movimento é retardado.
- A análise realizada acima também é válida para movimentos em que a aceleração escalar não é constante.
- A velocidade depende do referencial adotado para ser positiva (movimento progressivo) ou negativa (movimento retrógrado).

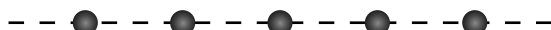
2.2 Movimento Uniforme (MU)

Para ser um movimento uniforme, é necessário atender às seguintes características:

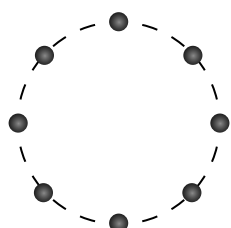
- Velocidade escalar constante e diferente de zero.
- Aceleração escalar é zero.
- Velocidade escalar média = velocidade instantânea.

► **Representação gráfica do movimento uniforme (MU):**

▪ **Movimento Retilíneo Uniforme (MRU):**



▪ **Movimento Circular Uniforme (MCU):**



2.2.1 Função horária do espaço

$$s = s_0 + v \cdot (t - t_0)$$

Se $t_0 = 0$, então:

$$s = s_0 + v \cdot (t)$$

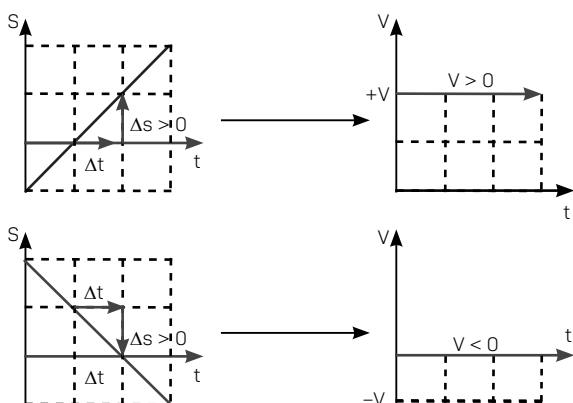
s_0 : espaço inicial.

$v_m = v$ (se a velocidade instantânea for a mesma em todos os instantes, ela irá coincidir com a velocidade escalar média).

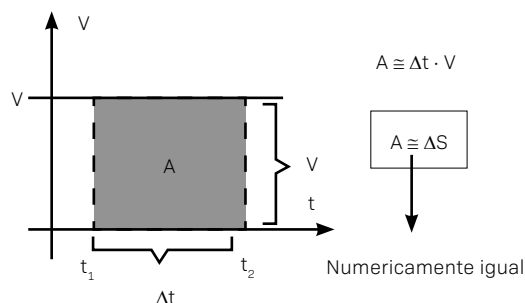
Basta observarmos o velocímetro para sabermos o valor de sua velocidade instantânea.

$t - t_0$: intervalo de tempo, na grande parte dos exercícios $t_0 = 0$.

2.2.2 Gráficos do Movimento Uniforme (MU)

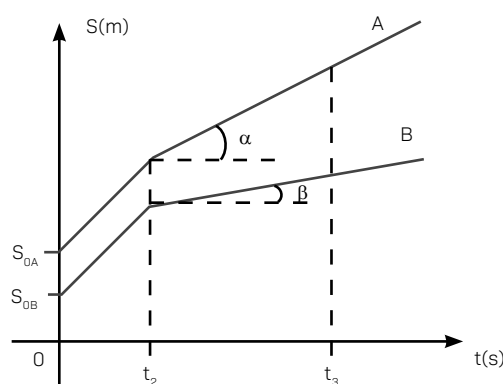


2.2.3 Propriedade do gráfico velocidade x tempo



2.2.4 Propriedade do gráfico espaço x tempo

Quanto maior a inclinação em relação ao eixo horizontal maior será sua velocidade.



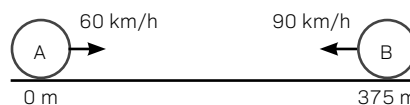
- Entre 0 e t_2 a velocidade do móvel A e B são iguais, pois as retas são paralelas.
- Entre t_2 e t_3 a velocidade escalar do móvel A é maior que a do móvel B.

| Exemplos:

Considere que dois automóveis, separados a uma distância de 375 km inicialmente, deslocam-se um ao encontro do outro com velocidades constantes e iguais a 60 km/h e 90 km/h, respectivamente.

Após quanto tempo esses automóveis se encontrarão?

Ao reproduzir o que se lê e ao marcar o referencial positivo para a direita, temos:



Para haver encontro, temos uma condição:

$$s_A = s_B$$

Como os dois carros estão executando movimento uniforme, usamos:

$$s = s_0 + v \cdot (t)$$

$$s_{0;A} + v_A \cdot t = s_{0;B} + v_B \cdot t \rightarrow 0 + 60 \cdot t = 375 - 90 \cdot t$$

$$60 \cdot t = 375 - 90 \cdot t \rightarrow t = 2,5 \text{ h ou } 2 \text{ horas e } 30 \text{ minutos}$$

Muitos estudantes perguntam: "posso fazer por velocidade relativa?"

Sim! Mas é preciso ter um cuidado: fazer por velocidade relativa só é possível quando o movimento for uniforme.

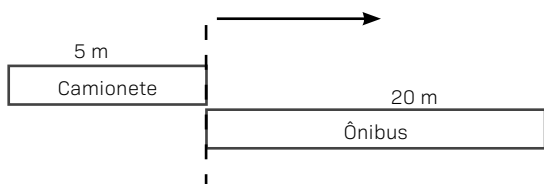
$$v_{\text{relativo}} = \frac{\Delta s_{\text{relativo}}}{\Delta t} \rightarrow 60 + 90 = \frac{375}{\Delta t} \therefore \Delta t = 2,5 \text{ h}$$



CINEMÁTICA

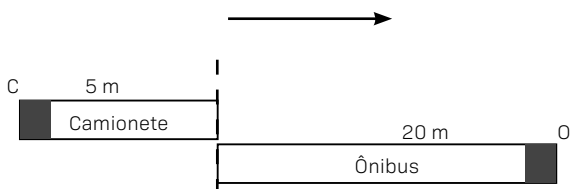
Durante a ultrapassagem de um ônibus por uma camionete, um passageiro da camionete mede o tempo de duração da ultrapassagem com o seu cronômetro. Do instante em que a frente da camionete está alinhada com a traseira do ônibus até que a traseira da camionete se alinhe com a frente do ônibus, passam-se 10 segundos. Considere o trecho de estrada retilíneo durante a ultrapassagem. Sabendo que a velocidade registrada pelo velocímetro da camionete é constante e de 90 km/h durante toda a ultrapassagem e que os comprimentos da camionete e do ônibus são, respectivamente, 5 metros e 20 metros, qual a velocidade do ônibus?

A partir dos dados do enunciado:

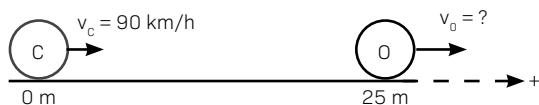


Este é um problema de corpo extenso, e as dimensões importam para o problema.

É preciso transformar em algo que sabemos resolver, o que seria um ponto material.



Dica: quando o ponto C encontrar com o ponto O a camionete terá ultrapassado por completo o ônibus.



Para haver encontro, temos uma condição:

$$s_C = s_O$$

Como os dois carros estão executando movimento uniforme, usamos:

$$s = s_0 + v \cdot (t)$$

$$s_{0,C} + v_C \cdot t = s_{0,O} + v_O \cdot t \rightarrow 0 + 25 \cdot t = 25 + v_O \cdot t$$

Observe que 90 km/h é igual a 25 m/s.

Como se passaram 10 segundos entre o alinhamento da frente da camionete com a traseira do ônibus e o da traseira da camionete com a frente do ônibus, sabemos que o tempo de ultrapassagem consiste em 10 segundos.

$$25 \cdot 10 + v_O \cdot 10 \therefore v_O = 22,5 = \frac{m}{s} \text{ ou } 81 \frac{km}{h}$$

Por ser um MU, poderia também ser feito por velocidade relativa:

$$v_{relativa} = \frac{\Delta s_{relativo}}{\Delta t} \rightarrow 25 - v_O = \frac{25}{10} \therefore v_O = 22,5 \frac{m}{s} \text{ ou } 81 \frac{km}{h}$$

Você pode estar se perguntando: por que fizemos $25 - v_O$, e não $v_O - 25$? É sempre o maior menos o menor. E, nesse caso, o menor é quem está na frente, porque queremos o encontro.

Um projétil é disparado horizontalmente com uma velocidade de 200 m/se em direção a um alvo. O impacto do projétil no alvo é ouvido

2,7 s depois do disparo. Sabendo que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, qual a distância entre o atirador e o alvo?

Se o impacto do projétil no alvo é ouvido 2,7 s depois do disparo, isso quer dizer que o $t_{projétil} + t_{som} = 2,7$.

$t_{projétil}$: o tempo que o projétil demora para atingir o alvo.

t_{som} : o tempo que a onda sonora demora para se propagar do alvo até o aparelho auditivo.

Lembrando:

$$v = \frac{\text{distância}}{\text{tempo}} \rightarrow \text{tempo} = \frac{\text{distância}}{v}$$

Temos:

$$\frac{d}{v_p} + \frac{d}{v_{som}} = 2,7 \rightarrow \frac{d}{200} + \frac{d}{340} = 2,7 \therefore d = 340m$$

Portanto, a distância entre o atirador e o alvo era de 340 metros.

2.3 Movimento Uniformemente Variado (MUV)

As características do movimento uniformemente variado são:

- Velocidade escalar variável.
- Aceleração escalar constante e diferente de zero.
- Aceleração escalar média = aceleração instantânea.

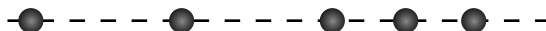
O corpo apresenta variações iguais de velocidade (v) em iguais intervalos de tempo (t).

► **Representação gráfica do movimento uniformemente variado (MUV):**

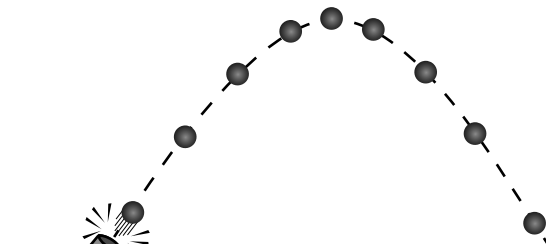
▪ **Movimento uniformemente acelerado:**



▪ **Movimento uniformemente retardado:**



▪ **Retardado na subida e acelerado na descida:**



▷ **Função horária dos espaços (S) para o MUV:**

$$S = s_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{a}{2} \cdot (t - t_0)^2$$

▪ Para $t_0 = 0$, temos:

$$S = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

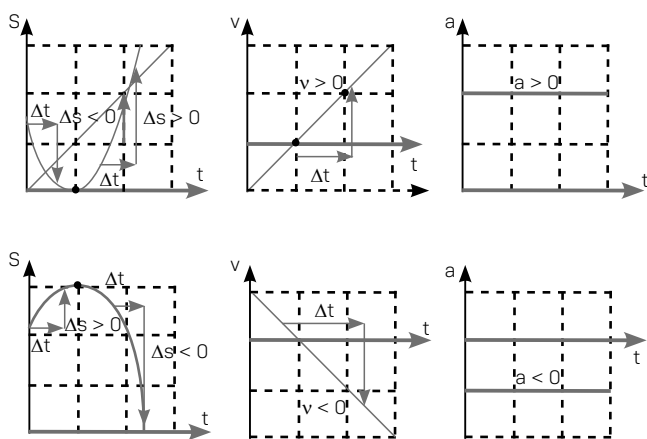
▷ **Função horária das velocidades (V) para o MUV:**

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

▪ Para $t_0 = 0$, temos:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

▷ **Gráficos do espaço (S), da velocidade (V) e da aceleração (a) em função do tempo (t):**



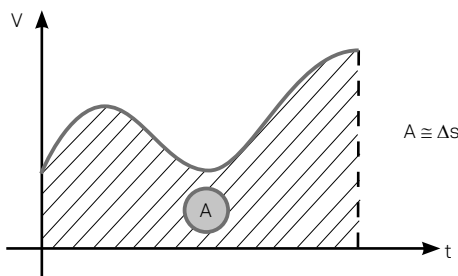
▷ **Equação de Torricelli para o MUV:**

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (s - s_0) \rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (\Delta s)$$

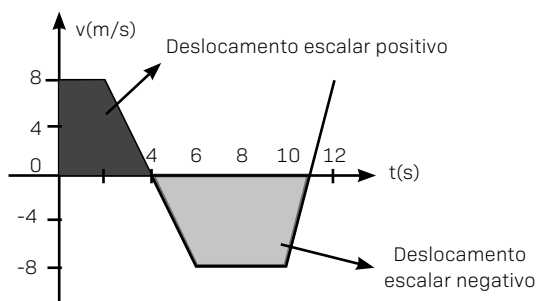
▷ **Equação auxiliar – quando não temos a variável "aceleração":**

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

▷ **Propriedade gráfica para MU e MUV:**

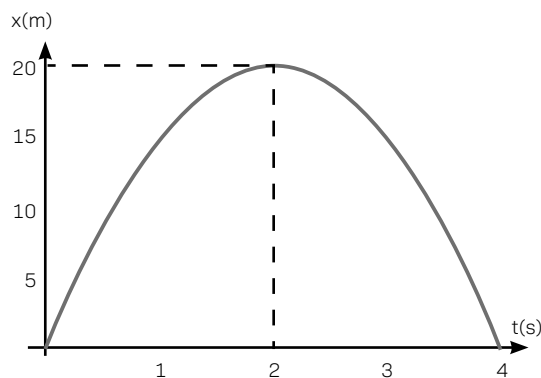


Observação:

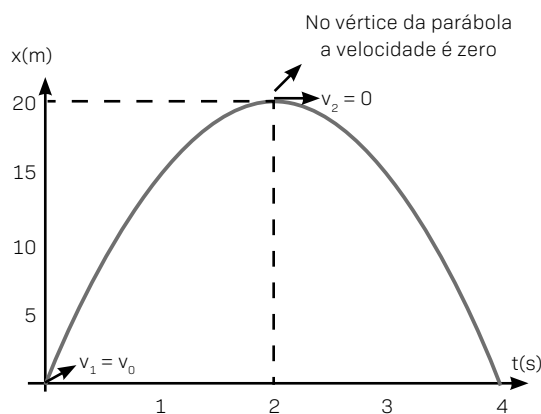


| Exemplos:

Um objeto tem a sua posição (x) em função do tempo (t) descrito pela parábola, conforme o gráfico:



Analisando-se esse movimento, qual a razão entre o módulo da velocidade inicial e da aceleração?



Sendo:

v_1 a velocidade inicial ($v_1 = v_0$)

v_2 a velocidade no ponto mais alto ($v_2 = 0$)

Como o gráfico (s x t) é um arco de parábola, o movimento é uniformemente variado. Podemos utilizar a expressão:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \rightarrow \frac{20}{2} = \frac{v_0 + 0}{2} \therefore v_0 = 20 \text{ m/s}$$

Como a concavidade é para baixo, o valor da aceleração é negativo.

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow 0 = 20 - 2 \cdot a \therefore a = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{A razão é } \frac{v_0}{a} \rightarrow \frac{20}{10} = 2.$$

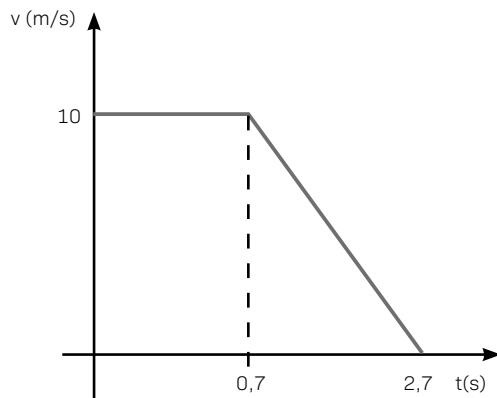
Um dos grandes problemas descritos pela legislação brasileira para a renovação da Carteira Nacional de Habilitação (CNH) para idosos, acima de 65 anos, refere-se ao seu tempo de reação. Como sabemos, o tempo médio de reação de um motorista é da ordem de 0,7 s (tempo de reação é o intervalo entre a percepção do sinal vermelho, por exemplo, e o momento de apertar os freios). Se um automóvel pode ser desacelerado à razão de 5 m/s^2 , qual a distância percorrida entre a percepção do sinal vermelho e a parada do carro que vinha com uma velocidade de 36 km/h ?



CINEMÁTICA

Este é um problema que envolve dois tipos de movimento: MU e MUV.

Resolvemos problemas assim usando o método gráfico ($v \times t$). Vejamos:



Como marcamos os valores no gráfico?

A partir da leitura atenta do enunciado e ao observar 0,7 s, nota-se que se está desenvolvendo um MU. A partir daí se tem uma desaceleração de 5 m/s^2 .

Agora, o valor de 2,7 s encontramos assim:

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0) \rightarrow 0 = 10 - 5 \cdot (t - 0,7) \quad t = 2,7 \text{ s}$$

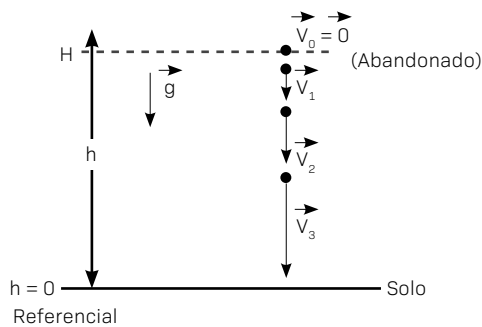
Para descobrir quanto foi o deslocamento escalar, temos que calcular a área do gráfico (área de um trapézio):

$$\Delta s \cong A \rightarrow \Delta s = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \rightarrow \frac{(2,7 + 0,7) \cdot 10}{2} = 17 \text{ m}$$

Assim, a distância percorrida até a parada do carro é de 17 metros.

2.3.1 Queda livre

Ocorre quando o corpo é abandonado no vácuo (despreza-se qualquer influência do ar).

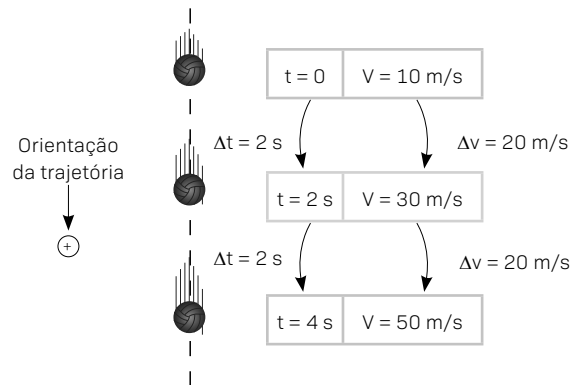


Corpo abandonado de uma altura H acima do solo

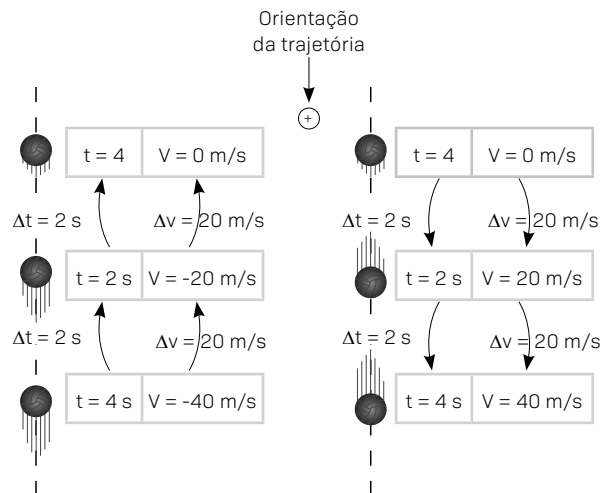
Qualquer corpo que esteja caindo em queda livre, isto é, caindo sob ação exclusiva do seu próprio peso, deverá se mover com a mesma aceleração g, característica de cada planeta. Essa aceleração independe da massa m do corpo que está caindo.

2.3.2 Lançamento vertical

O lançamento vertical difere da queda livre somente por apresentar uma velocidade inicial na vertical.



► Um corpo lançado verticalmente e para baixo executa MUV:



Observações:

- Tanto no lançamento vertical quanto na queda livre apresentam aceleração (denominada aceleração da gravidade "g"), portanto, usamos as equações do movimento uniformemente variado (MUV).
- Corpos abandonados de um mesmo local e na mesma altura em relação ao solo demoram o mesmo intervalo de tempo para chegar ao solo, não importando suas massas.
- Quando o corpo chega à altura máxima, a velocidade é zero.

| Exemplos:

Duas pedras de pesos diferentes são arremessadas para cima e com a mesma velocidade. A pedra mais pesada atingirá uma altura menor que a alcançada pela pedra mais leve?

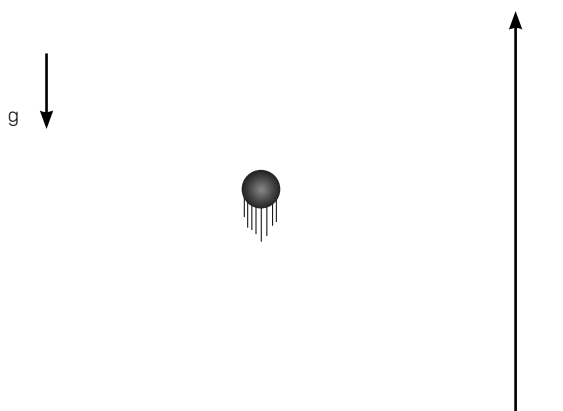
Em lançamento vertical cujo efeito do ar é desprezível e a aceleração da gravidade é constante, a altura alcançada independe da massa do objeto lançado, apenas da velocidade inicial. Portanto, nesse caso, as duas pedras atingem a mesma altura.

Segundo o princípio da conservação da energia, a energia mecânica total de um sistema que não sofre a ação de forças externas permanece constante. Assim, a energia é conservada quando a energia mecânica total é inalterada.

Uma bola de 380 g foi arremessada verticalmente, de baixo para cima, com velocidade inicial de módulo igual a 10 m/s. Qual a altura máxima (h), em metros, que a bola atinge, supondo que a resistência do ar seja desprezível?

Considere aceleração da gravidade (g) = 10 m/s².

O importante é marcar o sistema de referência, e tentar sempre marcar positivo para onde o corpo está indo.



Solo

Quando atinge a altura máxima, a sua velocidade é zero.

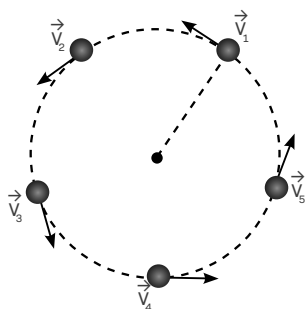
$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \quad (0)^2 = (10)^2 + 2 \cdot (-10) \cdot h_{\text{máx}} \rightarrow h_{\text{máx}} = \frac{100}{20} = 5 \text{ m}$$

A massa não importa nesse caso. Assim, a altura máxima que a bola atinge é de 5 metros.

2.4 Movimento Circular Uniforme (MCU)

No movimento circular uniforme, o corpo descreve uma trajetória que é uma circunferência de raio R, com velocidade escalar constante, ou seja, seu vetor velocidade tem módulo constante, mas é variável em direção, conforme mostra a figura.

Como o módulo da velocidade do corpo é constante, a aceleração tangencial é nula. No entanto, como a direção dessa velocidade varia, o movimento circular uniforme apresenta aceleração centrípeta, de módulo constante $a_c = \frac{v^2}{r}$ e direção variável, com sentido para o centro da circunferência.



A velocidade vetorial \vec{V} da partícula é variável em direção, mas seu módulo é constante.

► **Grandezas básicas na descrição do MCU:**

- **Período (T):** intervalo de tempo para uma volta ser completada (unidade de tempo: segundos, horas etc.).

- **Frequência (f):** número de voltas por unidade de tempo (unidade: rpm – rotação por minuto; rps = Hz (hertz) – rotação por segundo).
1 Hz = 60 rpm

$$\text{Relação } T \text{ com } f \rightarrow T = \frac{1}{f} \text{ ou } f = \frac{1}{T}$$

- **Velocidade angular (ω):** razão entre o deslocamento angular e o intervalo de tempo.

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

Unidade no sistema internacional (SI): rad/s.

- **Velocidade escalar = velocidade linear = velocidade tangencial (v):** razão entre o deslocamento escalar e o intervalo de tempo.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Unidade no sistema internacional (SI): m/s.

- **Relações importantes:**

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \text{ para 1 volta em uma circunferência}$$

$$\omega = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \pi}{T} \text{ para 1 volta em uma circunferência}$$

Lembrando que $\pi \text{ rad} = 180^\circ$.

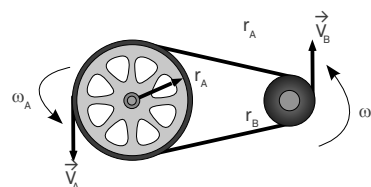
Relação entre velocidade linear e velocidade angular: $v = \omega \cdot r$

Observação: no MCU existe aceleração – aceleração centrípeta.

2.4.1 Transmissão do movimento circular: acoplamento de polias e de engrenagens



► **Acoplamento de polias por correias:**



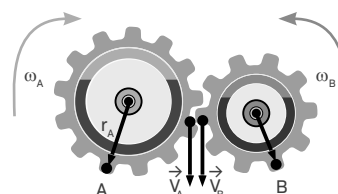
As polias giram no mesmo sentido.

A maior polia gira mais lentamente: $\omega_A < \omega_B$ e $f_A < f_B$.

Velocidade escalar dos pontos periféricos: $v_A = v_B$.

Relação entre as velocidades angulares: $\omega_A \cdot r_A = \omega_B \cdot r_B$.

► **Acoplamento de engrenagens por dentes em contato:**



As engrenagens giram em sentidos opostos.

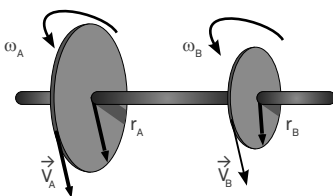
A maior engrenagem gira mais lentamente: $\omega_A < \omega_B$ e $f_A < f_B$.

Velocidade escalar dos pontos periféricos: $v_A = v_B$.

Relação entre as velocidades angulares: $\omega_A \cdot r_A = \omega_B \cdot r_B$.

CINEMÁTICA

▷ Acoplamento de engrenagens ou polias por eixo comum:



As polias giram no mesmo sentido.

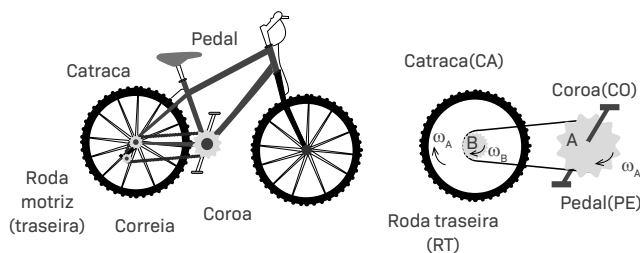
As polias giram juntas e possuem a mesma frequência angular:

$$\omega_A = \omega_B \text{ e } f_A = f_B.$$

Velocidade escalar dos pontos periféricos: $v_A > v_B$.

$$\text{Relação entre as velocidades escalares: } \frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_B}$$

2.4.2 Transmissão do MCU e o funcionamento da bicicleta/motocicleta



Sobre o movimento da bicicleta: pedais (PE), coroa (CO), catraca (CA) e roda traseira (RT) giram no mesmo sentido.

▷ Transmissão de movimento da coroa para a catraca:

$$\omega_A \cdot r_A = \omega_B \cdot r_B.$$

▷ Transmissão de movimento da catraca para a roda traseira:

$$\omega_A = \omega_R.$$

▷ Cálculo da velocidade da bicicleta: $v_{\text{bicicleta}} = \omega_R \cdot r_R$, em que r_R é o raio da roda traseira.

2.5 Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV)

Este movimento não é um movimento periódico, pois o módulo de sua velocidade varia e, portanto, o tempo de cada volta na circunferência é variável.

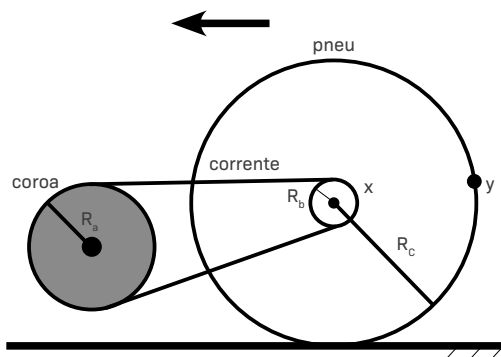
▷ **Função horária do espaço angular:** $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \gamma \cdot \frac{t^2}{2}$

▷ **Função horária da velocidade escalar angular:** $\omega = \omega_0 + \gamma \cdot t$

▷ **Equação de Torricelli angular:** $\omega^2 = \omega_0^2 + 2 \cdot \gamma \cdot \Delta\varphi$

| Exemplos:

Considere a figura a seguir e utilize as seguintes dimensões das engrenagens e do pneu de uma bicicleta: $R_a = 18\text{cm}$, $R_b = 6\text{cm}$, $R_c = 20\text{cm}$.



D) Considerando-se os pontos x e y indicados na figura, qual deles terá menor velocidade linear?

Os pontos x e y encontram-se sobre discos que giram com a mesma velocidade angular por terem o mesmo eixo de rotação. Sendo assim:

$$\omega_b = \omega_c \Rightarrow \frac{v_b}{R_b} = \frac{v_c}{R_c}$$

Como $R_c > R_b \Rightarrow v_c > v_b$, o ponto y terá maior velocidade linear.

II) Em uma bicicleta com as dimensões descritas, qual o número de pedaladas por segundo necessárias para se manter a velocidade constante de 65 km/h?

Da relação anterior, temos:

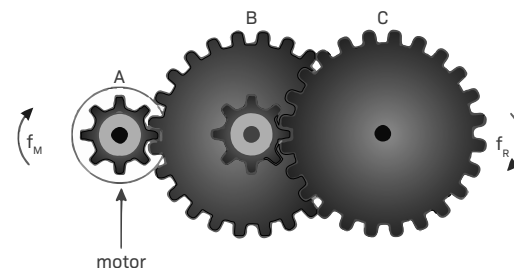
$$\frac{v_b}{R_b} = \frac{v_c}{R_c} \Rightarrow \frac{v_b}{6} = \frac{65/3,6}{20}$$

$$v_b = v_a \cong 5,42\text{m/s}$$

$$v_a = 2\pi f_a R_a \Rightarrow 5,42 = 2 \cdot 3,14 \cdot f_a \cdot 0,18$$

$$\therefore f_a \cong 4,8 \text{ Hz}$$

Um pequeno motor a pilha é utilizado para movimentar um carrinho de brinquedo. Um sistema de engrenagens transforma a velocidade de rotação desse motor na velocidade de rotação adequada às rodas do carrinho. Esse sistema é formado por quatro engrenagens, A, B, C e D, sendo que A está presa ao eixo do motor, B e C estão presas a um segundo eixo e D a um terceiro eixo, no qual também estão presas duas das quatro rodas do carrinho.



Nessas condições, quando o motor girar com frequência f_M , as duas rodas do carrinho girarão com frequência f_R . Sabendo que as engrenagens A e C possuem 8 dentes, que as engrenagens B e D possuem 24 dentes, que não há escorregamento entre elas e que $f_M = 13,5 \text{ Hz}$, qual o valor de f_R , em Hz?

Os raios das engrenagens (R) e os números de dentes (n) são diretamente proporcionais. Assim:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{R_C}{R_D} = \frac{n_A}{n_B} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

- A e B estão acopladas tangencialmente:

$$v_A = v_B \Rightarrow 2\pi f_A R_A = 2\pi f_B R_B \Rightarrow f_A R_A = f_B R_B$$

$$\text{Mas: } f_A = f_M \Rightarrow f_M R_A = f_B R_B \Rightarrow f_B = f_M \frac{R_A}{R_B} = f_M \frac{1}{3} \Rightarrow f_B = \frac{f_M}{3}$$

- B e C estão acopladas coaxialmente:

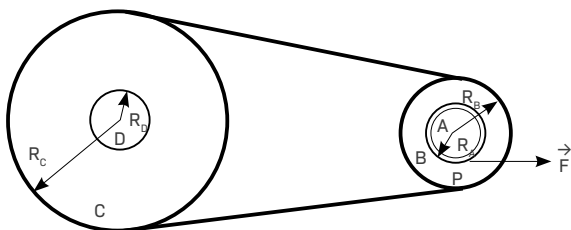
$$f_C = f_B = \frac{f_M}{3}$$

- C e D estão acopladas tangencialmente:

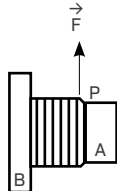
$$v_C = v_D \Rightarrow 2\pi f_C R_C = 2\pi f_D R_D \Rightarrow f_C R_C = f_D R_D$$

$$\text{Mas: } f_D = f_R \Rightarrow f_C R_C = f_R R_D \Rightarrow f_R = f_C \frac{R_C}{R_D} \Rightarrow f_R = \frac{13,5}{9} \Rightarrow \boxed{f_R = 1,5 \text{ Hz}}$$

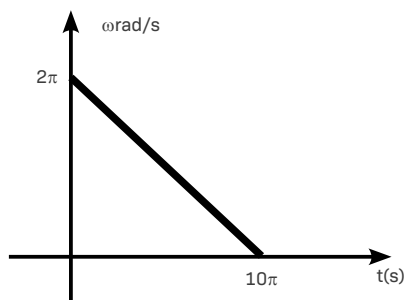
Considere um sistema formado por dois pares de polias coaxiais, AB e CD, acoplados por meio de uma correia ideal e inextensível e que não desliza sobre as polias C e B, tendo, respectivamente, raios $R_A = 1\text{ m}$, $R_B = 2\text{ m}$, $R_C = 10\text{ m}$ e $R_D = 0,5\text{ m}$:



A polia A tem a forma de um cilindro, no qual está enrolado um fio ideal e inextensível de comprimento $L = 10\pi\text{ m}$ em uma única camada, como mostra a figura:



Num dado momento, a partir do repouso, o fio é puxado pela ponta P, por uma força \vec{F} constante que imprime uma aceleração linear a , também constante, na periferia da polia A, até que o fio se solte por completo desta polia. A partir desse momento, a polia C gira até parar após n voltas, sob a ação de uma aceleração angular constante, de tal forma que o gráfico da velocidade angular da polia D em função do tempo é apresentado na figura a seguir.



Nessas condições, qual é o número total de voltas dadas pela polia A até parar e qual é o módulo da aceleração a , em m/s^2 ?

De início, destaquemos que:

- para acoplamentos coaxiais, as grandezas angulares correlatas são iguais ($\omega_D = \omega_C$; $\omega_B = \omega_A$ e $\alpha_D = \alpha_C$; $\alpha_B = \alpha_A$);
- e, para acoplamentos tangenciais, as grandezas lineares correlatas são iguais ($v_C = v_B$; $a_C = a_B$)

O número de voltas dadas pela polia A (n_1) nessa primeira etapa de aceleração é:

$$n_1 = \frac{L}{2\pi R_A} = \frac{10\pi}{2\pi(1)} \Rightarrow n_1 = 5$$

Na etapa de desaceleração, após o fio se soltar por completo, a polia C dá n voltas. Fazendo as sucessivas correlações, calculemos o número de voltas (n_2) dadas pela polia A nessa segunda etapa.

$$n_C R_C = n_B R_B \Rightarrow n(10) = n_B (2) \Rightarrow n_B = 5n$$

$$n_2 = n_B \Rightarrow n_2 = 5n$$

O número total de voltas (N_A) dadas pela polia A é:

$$N_A = n_2 + n_1 = 5n + 5 \Rightarrow N_A = 5(n + 1)$$

Na primeira etapa, a velocidade angular inicial das quatro polias é nula ($\omega_0 = 0$); a velocidade angular final de cada uma delas é

igual à inicial da segunda etapa. O gráfico mostra que, para a polia D, a velocidade angular inicial da segunda etapa é $\omega = 2\pi\text{ rad/s}$.

Fazendo novamente as sucessivas correlações:

$$\omega_C = \omega_D = 2\pi$$

$$\omega_C R_C = \omega_B R_B \Rightarrow 2\pi(10) = \omega_B (2) \Rightarrow \omega_B = 10\pi$$

$$\omega_A = \omega_B = 10\pi\text{ rad/s}$$

$$V_A = \omega_A R_A = 10\pi(1) \Rightarrow V_A = 10\text{ m/s}$$

Aplicando a Equação de Torricelli para a etapa de aceleração, até o fio se soltar por completo:

$$V_A^2 = V_0^2 + 2 a L \Rightarrow (10\pi)^2 = 2 a (10\pi) \Rightarrow a = 5\pi\text{ m/s}^2$$

2.6 Vetores

Há dois tipos de grandezas físicas: grandezas escalares e grandezas vetoriais.

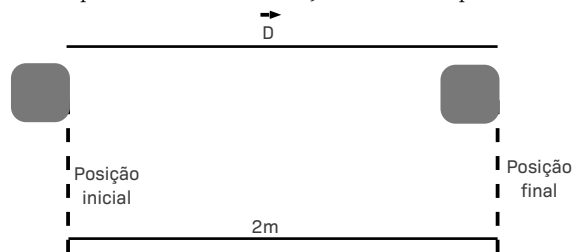
► **Grandezas escalares:** quando o número com a respectiva unidade de medida já satisfaz.

| Temperatura $\rightarrow 27^\circ\text{C}$; apenas esse dado já diz tudo.

► **Grandeza vetorial:** para estudá-la, foi criado o conceito de vetor.

Vetor é um segmento de reta orientado, não nulo. Para caracterizar um vetor, é preciso ter sentido, direção e módulo (intensidade ou valor).

Um corpo se desloca 2 m na direção horizontal e para direita.

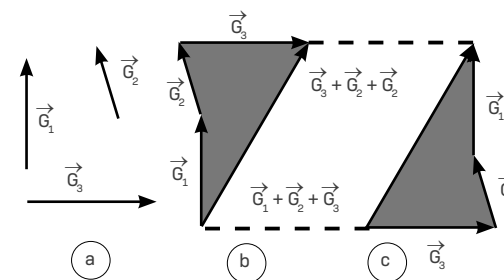


Característica \vec{D} (vetor deslocamento):

Módulo: $D = 2\text{ m}$ **Sentido:** Para direita **Direção:** Horizontal

2.6.1 Operações com vetores – soma vetorial

A adição vetorial segue o processo indicado na figura:



Observe que a soma vetorial é comutativa.

2.6.2 Multiplicação de um número real por um vetor

Consideremos uma grandeza escalar n e uma grandeza vetorial \vec{E} .

A multiplicação $n \cdot \vec{E}$ tem como resultado uma grandeza vetorial $\vec{F} = n \cdot \vec{E}$ com as seguintes características:

$$\vec{F} = n \cdot \vec{E}$$

Direção: a mesma de \vec{E} .



CINEMÁTICA

Sentido: depende do sinal de n .

$n > 0$: mesmo sentido de \vec{E} .

$n < 0$: sentido oposto ao de \vec{E} .

2.6.3 Vetores opostos e vetores iguais

Dado um vetor \vec{a}_1 , define-se vetor oposto a \vec{a}_1 como sendo um vetor \vec{a}_2 que resulta do produto do número -1 pelo vetor \vec{a}_1 :

$$\vec{a}_2 = (-1) \cdot \vec{a}_1 = -\vec{a}_1$$

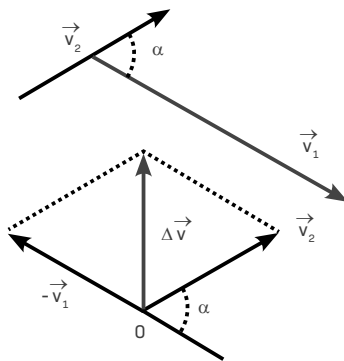
Dois vetores são iguais quando apresentarem o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido ($\vec{a} = \vec{b}$)

2.6.4 Operação com vetores

– subtração de vetores

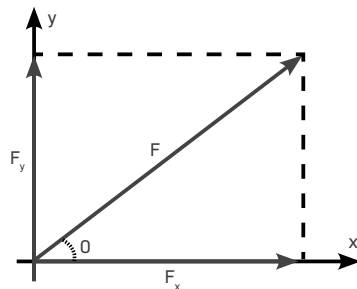
A subtração entre dois vetores, \vec{v}_2 e \vec{v}_1 , pode ser transformada em uma adição:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$$



2.6.5 Decomposição de vetores

Toda representação vetorial, como estamos vendo, está pautada em um sistema de referências. Sendo assim, podemos decompor um vetor em dois outros, cuja soma vetorial é o vetor original. Essa decomposição será feita em nosso estudo apenas em direções perpendiculares, apesar de não ser essa uma condição necessária.

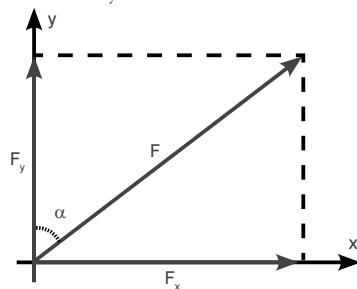


Na direção x, o módulo da projeção é: $F_x = F \cdot \cos\theta$.

Na direção y, o módulo da projeção é: $F_y = F \cdot \sin\theta$.

Inversamente, se temos as projeções, podemos obter o módulo do vetor resultante pelo Teorema de Pitágoras.

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$



Na direção x, o módulo da componente é: $F_x = F \cdot \sin\alpha$.

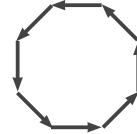
Na direção y, o módulo da componente é: $F_y = F \cdot \cos\alpha$.

Inversamente, se temos as projeções, podemos obter o módulo do vetor resultante pelo Teorema de Pitágoras.

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2$$

2.6.6 Propriedade do polígono fechado de vetores

Se n vetores, dispostos em série, um após o outro, formam um polígono fechado, então a resultante desses vetores é nula (está em equilíbrio).

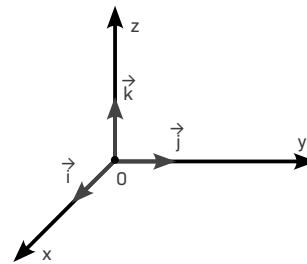


► **Equilíbrio dinâmico:** movimento retilíneo uniforme – $\vec{R} = \vec{0}$ – polígono fechado.

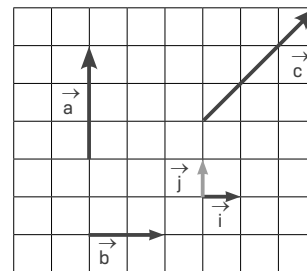
► **Equilíbrio estático:** o corpo está parado em relação à Terra – $\vec{R} = \vec{0}$ – polígono fechado.

2.6.7 Versor

Todo vetor de módulo 1 (vetor unitário) recebe o nome de vetor.



Perceba como trabalhar essa notação chamada de versor. Determine as expressões de \vec{a} e \vec{b} em função de \vec{i} e \vec{j} .



$$\vec{a} = 3\vec{j}$$

$$\vec{b} = 2\vec{i}$$

$$\vec{c} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$$

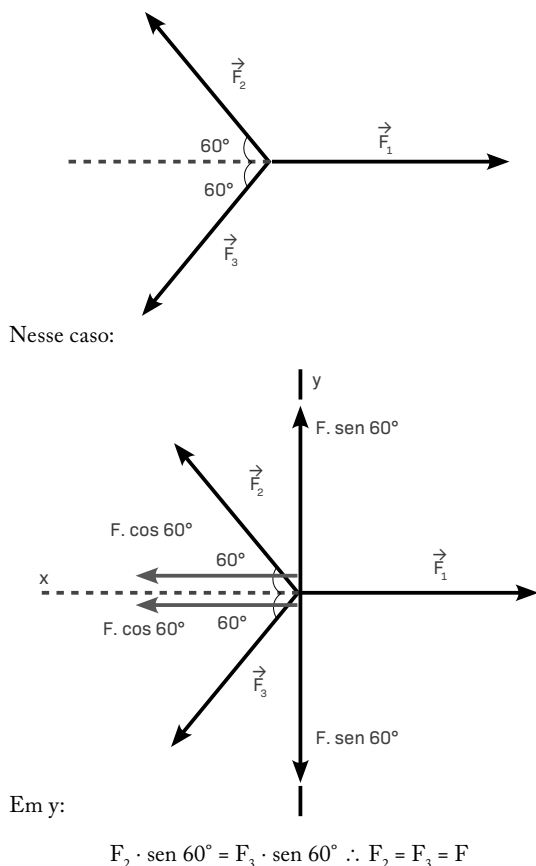
Cujo o módulo de \vec{a} , \vec{b} e \vec{c} é:

$a = 3$ unidades $b = 2$ unidades

$$c = \sqrt{(3)^2 + (3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ unidades}$$

| Exemplo:

Se o vetor resultante do sistema de vetores mostrado na figura é o vetor nulo, então: $|\vec{F}_1| = ?$



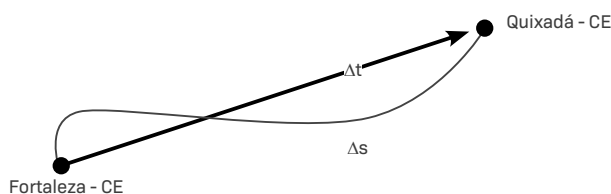
2.7 Cinemática vetorial

Na cinemática escalar, as grandezas deslocamento, velocidade e aceleração são tratadas como grandezas escalares. A direção dos movimentos é considerada no instante em que se conhece a trajetória, sendo ela a própria direção do movimento. Isso significa que, ao dizermos que um automóvel se move sobre a Via Dutra, do Rio de Janeiro para São Paulo, a 90 km/h, direção e sentido já estavam determinados.

Já em cinemática vetorial, deslocamento, velocidade e aceleração são caracterizados como grandezas vetoriais.

2.7.1 Deslocamento vetorial e velocidade vetorial média

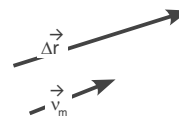
O deslocamento escalar é o caminho "real" que o móvel percorre, já o deslocamento vetorial é o "atalho" que o móvel percorre, que seria um segmento de reta ligando as duas cidades.



A velocidade vetorial média é definida por:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

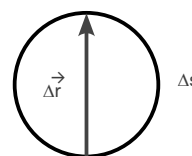
Observação: como $\Delta t >$, o vetor \vec{v}_m deve ter a mesma direção e o mesmo sentido de $\Delta \vec{r}$.



Exemplo:

Um móvel percorre a metade de uma pista circular de raio igual a 10,0m em 10,0s. Qual o módulo da velocidade vetorial média do móvel? Considere $\sqrt{2} = 1,4$ e $\pi = 3$.

A figura mostra os deslocamentos escalar e vetorial em meia volta.



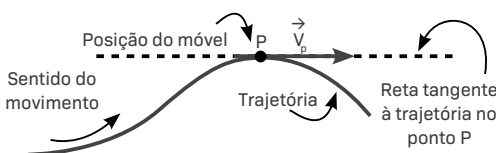
$$\Delta S = \pi R = 30\text{m} \rightarrow V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{30}{10} = 3,0\text{m/s}$$

$$|\Delta \vec{r}| = 2R = 20\text{m} \rightarrow |\vec{V}_m| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{20}{10} = 2,0\text{m/s}$$

2.7.2 Velocidade vetorial instantânea (velocidade vetorial ou velocidade)

A velocidade vetorial \vec{v} apresenta as seguintes características:

- ▷ **Intensidade ou módulo:** igual ao valor absoluto da velocidade escalar.
- ▷ **Direção:** a mesma da reta que tangencia a trajetória na posição do móvel.
- ▷ **Sentido:** coincidente com o sentido do movimento.



Observações:

- A velocidade vetorial de uma partícula em movimento somente será constante se o movimento for retilíneo e uniforme.
- Se o movimento for uniforme, em trajetória curva, a velocidade vetorial terá módulo constante, porém direção variável.

2.7.3 Aceleração vetorial média

A aceleração vetorial média entre os instantes t_1 e t_2 é definida por:

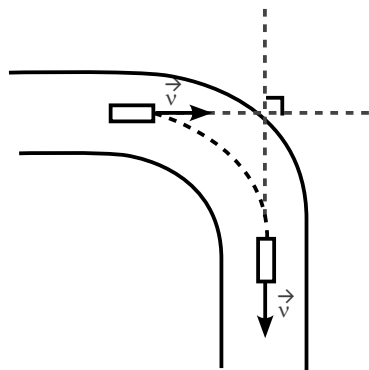
$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Exemplo:

Um carro percorre uma curva circular com velocidade linear constante de 15 m/s, completando-a em $5\sqrt{2}$ s, conforme a figura:

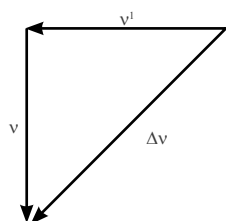


CINEMÁTICA



Qual o módulo da aceleração média experimentada pelo carro nesse trecho, em m/s^2 ?

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{v}_{\text{final}} - \vec{v}_{\text{inicial}}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{\text{final}} + (-\vec{v}_{\text{inicial}})}{\Delta t} = \frac{\vec{v} + (-\vec{v}')}{\Delta t}$$



$$\Delta v^2 = (v')^2 + (v)^2 \rightarrow \Delta v = \sqrt{(15)^2 + (15)^2} \therefore \Delta v = \sqrt{450} \text{ m/s}$$

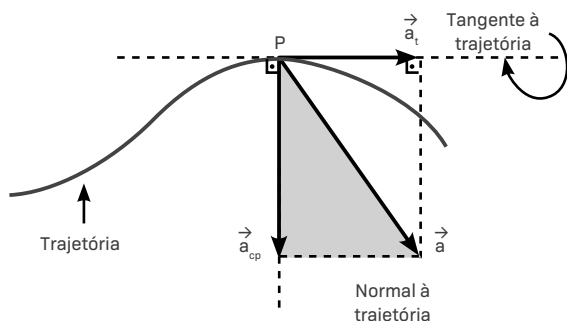
$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\sqrt{450}}{5\sqrt{2}} = 3 \text{ m/s}^2$$

2.7.4 Aceleração vetorial instantânea (aceleração vetorial ou aceleração)

O conceito de aceleração está sempre ligado à ideia de variação de velocidade.

Qualquer alteração na velocidade vetorial (\vec{v}), seja em módulo, seja em orientação (direção e sentido), implicará a existência de uma aceleração vetorial (\vec{a}).

Para facilidade de estudo, deve-se considerar que a aceleração vetorial (\vec{a}) é decomposta em duas parcelas, denominadas aceleração tangencial (\vec{a}_t) e aceleração centrípeta (\vec{a}_{cp}).



A aceleração jeterial (\vec{a}) é a soma vetorial de suas componentes tangencial e centrípeta:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

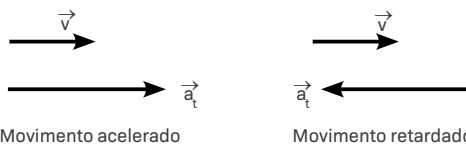
Aplicando-se o Teorema de Pitágoras no triângulo indicado na figura, podemos relacionar as intensidades da aceleração vetorial e de suas componentes:

$$a^2 = a_t^2 + a_{cp}^2$$

2.7.5 Aceleração tangencial (\vec{a}_t)

A componente tangencial \vec{a}_t da aceleração vetorial está ligada à variação do módulo da velocidade vetorial \vec{v} , isto é, está ligada ao ato de acelerar ou frear o móvel. A aceleração tangencial \vec{a}_t está presente nos movimentos variados e é nula nos movimentos uniformes, não importando a trajetória descrita pelo móvel.

- ▷ **Módulo:** o módulo da aceleração tangencial é igual ao valor absoluto da aceleração escalar.
- ▷ **Direção:** a aceleração tangencial tem direção tangente à trajetória, isto é, é paralela à velocidade vetorial.
- ▷ **Sentido:** quando o movimento é acelerado ($|\vec{v}|$ aumenta), a aceleração tangencial tem o mesmo sentido da velocidade vetorial. Quando o movimento é retardado ($|\vec{v}|$ diminui), a aceleração tangencial tem sentido oposto ao da velocidade vetorial.



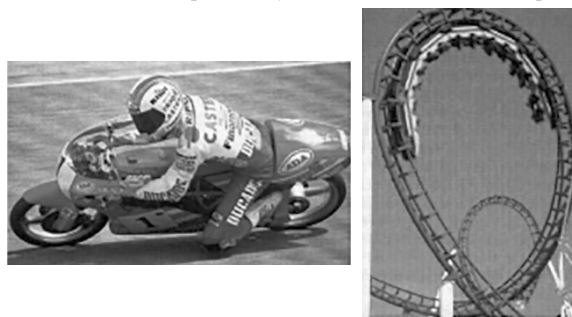
Se a trajetória do foguete for retilínea e o seu movimento acelerado, ele estará sujeito apenas a uma aceleração tangencial.



2.7.6 Aceleração centrípeta (\vec{a}_{cp})

A componente centrípeta da aceleração vetorial (\vec{a}_{cp}) está ligada à variação da direção da velocidade vetorial \vec{v} , isto é, está ligada ao ato de curvar a trajetória. A aceleração centrípeta (\vec{a}_{cp}) está presente nos movimentos com trajetória curva e é nula nos movimentos retilíneos.

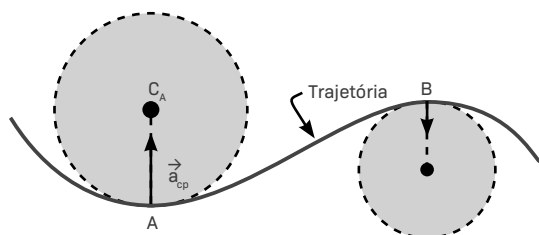
Quando um corpo descreve uma curva, a direção de sua velocidade vetorial varia e o corpo está sujeito a uma aceleração centrípeta.



- ▷ **Módulo:** sendo v a velocidade escalar e R o raio de curvatura da trajetória, o módulo da aceleração centrípeta é dado por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

- ▷ **Direção:** a aceleração centrípeta tem a direção da reta normal à trajetória, isto é, perpendicular à velocidade vetorial.
- ▷ **Sentido:** a aceleração centrípeta é dirigida para o centro da curva descrita pelo móvel.



Na figura, representamos as circunferências que "tangenciam" a trajetória nos pontos A e B. Os raios dessa circunferência são os raios de curvatura da trajetória nos pontos A e B.

A aceleração centrípeta é dirigida para o centro da circunferência que "tangencia" a trajetória.

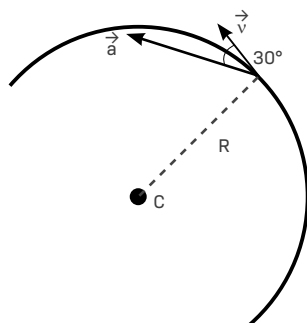
Análise vetorial dos principais movimentos:

- MRU: Movimento Retilíneo Uniforme.
- MRV: Movimento Retilíneo Variado.
- MCU: Movimento Curvo Uniforme.
- MCV: Movimento Curvo Variado.

Movimento	\vec{v}	\vec{a}_t	\vec{a}_{cp}
MRU	Módulo: constante Direção: constante	Nula	Nula
MRV	Módulo: variável Direção: constante	Não nula	Nula
MCU	Módulo: constante Direção: variável	Nula	Não nula
MCV	Módulo: variável Direção: variável	Não nula	Não nula

Exemplo:

A figura mostra a posição ocupada por uma partícula que está percorrendo uma trajetória circular de centro C e de raio R, no instante em que sua velocidade e sua aceleração fazem um ângulo de 30°.



Se $|\vec{v}| = 40 \text{ m/s}$ e $|\vec{a}| = 40 \text{ m/s}^2$, qual o raio R da trajetória?

$$a_t = 40 \cdot \cos 30^\circ = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Mesmo sentido e mesma direção que a velocidade – movimento acelerado.

$$a_c = 40 \cdot \sin 30^\circ = 40 \cdot \frac{1}{2} = 20 \text{ m/s}^2$$

Direção radial e sentido para o centro.

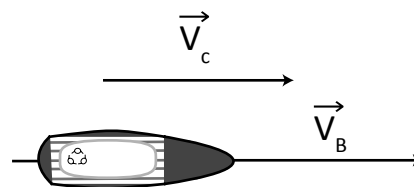
$$a_c = \frac{v^2}{R} \rightarrow = \frac{(40)^2}{R} \therefore R = 0,8 \text{ m ou } 80 \text{ cm}$$

2.7.7 Composição de movimento

Nos problemas de Cinemática analisados até agora, temos em geral utilizado um único referencial: a Terra. No entanto, já vimos que em Física as características de um movimento dependem do referencial usado para descrevê-lo. Vamos agora considerar algumas situações em que o movimento de um corpo é analisado por observadores em diferentes referenciais.

Devido à frequência com que aparecem problemas de composição de movimento envolvendo barcos atravessando rios, aviões que percorrem regiões com vento e pessoas andando na chuva, convém estudar esses casos separados e cuidadosamente.

Caso 1: "Descer o rio" significa "ir a favor da correnteza", isto é, \vec{v}_c e \vec{v}_b têm o mesmo sentido (podemos dizer também que o barco vai a jusante).

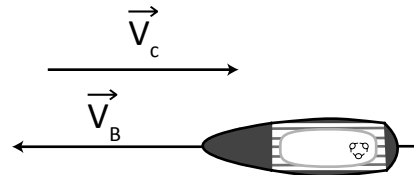


$$v_{\text{barco/Terra}} = v_{\text{barco/correnteza}} + v_{\text{correnteza/Terra}}$$

Alguns autores representam desta outra forma:

$$v_{\text{Resultante}} = v_{\text{Relativa}} + v_{\text{Arrastamento}}$$

Caso 2: "Subir o rio" significa "ir contra a correnteza", isto é, \vec{v}_c e \vec{v}_b têm sentidos opostos (para afirmar que o barco sobe o rio, podemos dizer que o barco vai a montante).



$$v_{\text{barco/Terra}} = v_{\text{barco/correnteza}} - v_{\text{correnteza/Terra}}$$

Alguns autores representam desta outra forma:

$$v_{\text{Resultante}} = v_{\text{Relativa}} - v_{\text{Arrastamento}}$$

Caso 3: Tempo mínimo – Velocidade relativa (velocidade do barco em relação à correnteza) é perpendicular à velocidade da correnteza.

